

2016年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（二）试题及参考答案

试 题

一、选择题：1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 2} = (\quad)$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \geq 0 \\ x+a, & x < 0 \end{cases}$ ， $x=0$ 处连续，则 $a=(\quad)$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 设函数 $y = 2 + \sin x$ ，则 $y' = (\quad)$

- A. $\cos x$ B. $-\cos x$ C. $2 + \cos x$ D. $2 - \cos x$

4. 设函数 $y = e^{x-1} + 1$ ，则 $dy = (\quad)$

- A. $e^x dx$ B. $e^{x-1} dx$ C. $(e^x + 1) dx$ D. $(e^{x-1} + 1) dx$

5. $\int_0^1 (5x^4 + 2) dx = (\quad)$

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx = (\quad)$

- A. $\frac{\pi}{2} + 1$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{2} - 1$ D. 1

7. 设函数 $y = x^4 + 2x^2 + 3$ ，则 $\frac{d^2 y}{dx^2} = (\quad)$

- A. $4x^3 + 4x$ B. $4x^3 + 4$ C. $12x^2 + 4x$ D. $12x^2 + 4$

8. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = (\quad)$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. 设函数 $z = x^2 + y$ ，则 $dz = (\quad)$

- A. $2x dx + dy$ B. $x^2 dx + dy$ C. $x^2 dx + y dy$ D. $2x dx + y dy$

10. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = 2$ ，则 $a = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分。

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{2x^2+3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设函数 $y = x^2 - e^x$ ，则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设事件 A 发生的概率为 0.7，则 A 的对立事件 \bar{A} 发生的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 曲线 $y = \ln x$ 在点 (1,0) 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1+x^2} \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. $\int_{-1}^1 (\sin x + x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 设函数 $F(x) = \int_0^x \cos t dt$ ，则 $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设函数 $z = \sin(x + 2y)$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 已知点 (1,1) 是曲线 $y = x^2 + a \ln x$ 的拐点，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $y = x - e^y$ 所确定的隐函数，则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答：21~28 题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

21. (本题满分 8 分) 计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$.

22. (本题满分 8 分) 设函数 $y = xe^{2x}$ ，求 y' .

23. (本题满分 8 分) 设函数 $z = x^3y + xy^3$ ，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

24. (本题满分 8 分) 计算 $\int x \cos x^2 dx$.

25. (本题满分 8 分) 计算 $\int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx$.

26. (本题满分 10 分)

求曲线 $y = \sqrt{x}$ ，直线 $x=1$ 和 x 轴围成的有界平面图形的面积 S ，及该平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

27. (本题满分 10 分)

设函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 3$ ，求 $f(x, y)$ 的极值点与极值。

28. (本题满分 10 分)

已知离散型随机变量 X 的概率分布为

X	0	10	20	30
P	0.2	a	0.2	0.3

- (1) 求常数 a;
 (2) 求 X 的数学期望 EX 及方差 DX.

2016 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

《高等数学 (二)》参考答案

一、选择题

1. C 2. C 3. A 4. B 5. B
 6. A 7. D 8. C 9. A 10. D

二、填空题

11. $-\frac{1}{3}$ 12. $2x - e^x$ 13. 0.3 14. $y = x - 1$ 15. $\ln|x| + \arctan x + C$
 16. 0 17. $\cos x$ 18. $\cos(x+2y)$ 19. 2 20. $\frac{1}{1+e^y}$

三、解答题

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{1} = 3.$

22. 解: $y' = (x)'e^{2x} + x(e^{2x})' = (1 + 2x)e^{2x}.$

23. 解: $\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2y + y^3,$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6xy,$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 3x^2 + 3y^2.$$

24. 解: $\int x \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int \cos x^2 d(x)^2$
 $= \frac{1}{2} \sin x^2 + C.$

25. 解: $\int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx = \int_1^{\sqrt{e}} \ln x d(x^2)$
 $= x^2 \ln x \Big|_1^{\sqrt{e}} - \int_1^{\sqrt{e}} x^2 \cdot \frac{1}{x} dx$
 $= \frac{e}{2} - \frac{x^2}{2} \Big|_1^{\sqrt{e}}$

$$= \frac{1}{2}$$

26. 解: 面积

$$S = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

旋转体的体积

$$V = \int_0^1 \pi (\sqrt{x})^2 dx = \int_0^1 \pi x dx = \frac{\pi}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

27. 解: 由已知

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y, \frac{\partial f}{\partial y} = 2y + x$$

$$\text{令 } \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases}, \text{ 得驻点 } (0,0).$$

$f(x, y)$ 的二阶偏导数为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2,$$

$$\text{故 } A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(0,0)} = 2, B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)} = 1, C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(0,0)} = 2,$$

因为 $A > 0$ 且 $AC - B^2 > 0$, 所以 $(0,0)$ 为 $f(x, y)$ 的极小值点, 极小值为 $f(0,0) = 3$.

28. 解: (1) 因为 $0.2 + a + 0.2 + 0.3 = 1$, 所以 $a = 0.3$.

(2) $EX = 0 \times 0.2 + 10 \times 0.3 + 20 \times 0.2 + 30 \times 0.3 = 16$,

$$DX = (0 - 16)^2 \times 0.2 + (10 - 16)^2 \times 0.3 + (20 - 16)^2 \times 0.2 + (30 - 16)^2 \times 0.3 = 124.$$