一、选择题(1～10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 设 $f(x)=e^2+\sqrt{x}$，则 $f'(x)=$【　　】

A. $e^2+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$　　B. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$　　C. $\dfrac{2}{\sqrt{x}}$　　D. $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

【答案】B

2. 极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$ 等于【　　】

A. 0

B. 1

C. 2

D. $+\infty$

【答案】D

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f'(x)<0$，则下列结论成立的是【　　】

A. $f(0)<0$　　B. $f(1)>0$

C. $f(1)>f(0)$　　D. $f(1)<f(0)$

【答案】D

4. 曲线 $y=x^3(x-4)$ 的拐点个数为【　　】

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 0个

【答案】B

5. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int \cos x f(\sin x)\mathrm{d}x$ 等于【　　】

A. $F(\cos x)+C$　　B. $F(\sin x)+C$

C. $-F(\cos x)+C$　　D. $-F(\sin x)+C$

【答案】B

6. 下列积分中，值为零的是【　　】

A. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 x\mathrm{d}x$　　B. $\int_{-1}^{1} |x| \mathrm{d}x$

C. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x$　　D. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\mathrm{d}x$

【答案】A

7. 直线 $\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y}{0}=\dfrac{z}{5}$【　　】

A．过原点且与 y 轴垂直

B．不过原点但与 y 轴垂直

C．过原点且与 y 轴平行

D．不过原点但与 y 轴平行

【答案】A

8． 设函数 $f(x,y)=xy+(x-1)\tan\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$，则 $f_y(1,0)$ 等于【 】

A．0

B．1

C．2

D．不存在

【答案】B

9．下列级数中，绝对收敛的是【 】

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{1}{2n}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{n^{\frac{2}{3}}}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{2^n}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{n+2}$

【答案】C

10． 极限 $\lim_{x\to\infty}\frac{\sin 2x}{x}$ 等于【 】

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 0

【答案】D

1.设集合M={-1,0,1},集合N={0,1,2},则集合MUN为(D)。

A. {0,1}

B. {0,1,2}

C. {-1,0,0,1,1,2}

D.{-1,0,1,2}

2. 不等式$|x-1|\geq 2$的解集为（ B ）。

A. $\{x|-1\leq x\leq 3\}$ B. $\{x|x\geq 3或x\leq -1\}$ C. $\{x|-3\leq x\leq 3\}$ D. $\{x|x\geq 3,x\leq -3\}$

3. 设 甲：ΔABC是等腰三角形。

乙：ΔABC是等边三角形。

则以下说法正确的是（ B ）

A. 甲是乙的充分条件，但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件，但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

4. 设命题 甲：k=1.

命题 乙：直线 y=kx 与直线 y=x+1.

则（ C ）

A. 甲是乙的充分条件，但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件，但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

5. 设 $\tan\alpha=1$，且 $\cos\alpha<0$，则 $\sin\alpha=$（ A ）

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6．下列各函数中，为偶函数的是（ D ）

A. $y=2^x$ B. $y=2^{-x}$ C. $y=x+\cos x$ D. $y=$

7. 函数 $y=\sqrt{\frac{3}{2-x}}$ 的定义域是（ B ）

A. $\{x|x\le 2\}$ B. $\{x|x<2\}$ C. $\{x|x\ne 2\}$ D. $\{x|x>2\}$

8. 下列函数在区间 $(0,+\infty)$ 上为增函数的是（ B ）

A. $y=\cos x$ B. $y=2^x$ C. $y=2-x^2$ D. $y=\log_{\frac{1}{3}} x$

9．设 a=(2,1),b=(-1,0),则 3a -2b 为（ A ）

A.(8, 3) B.(-8, -3) C.(4, 6) D.(14, -4)

10．已知曲线 kx=xy+4k 过点 P(2,1),则 k 的值为（ C ）

A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

11. 过(1,-1)与直线 3x+y-6=0 平行的直线方程是（ B ）

A. 3x-y+5=0 B. 3x+y-2=0

C. x+3y+5=0 D. 3x+y-1=0

12．已知 ΔABC 中，AB=AC=3，$\cos A=\frac{1}{2}$,则 BC 长为（ A ）

A. 3 B.4 C. 5 D. 6

13.双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的渐近线方程为（　D　）

A. $y=\pm\frac{16}{9}x$B.　$y=\pm\frac{9}{16}x$C. $\frac{x}{3}\pm\frac{y}{4}=0$ D. $\frac{x}{4}\pm\frac{y}{3}=0$

14.椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$的焦距为（　A　）

A. 10　　B. 8 C. 9　　D. 11

15. 袋子里有 3 个黑球和 5 个白球。任意从袋子中取出一个小球，那么取出黑球的概率等于（　D　）

A. $\frac{1}{3}$B. $\frac{1}{5}$　C. $\frac{5}{8}$D. $\frac{3}{8}$

16.设$a,b\in R$,且$a<b$，则下列各式成立的是(D)

A. $a^2<b^2$B. $ac<bc$C. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ D. $a-b<0$

17.已知 P 为曲线$y=2x^3$上一点，且 P 点的横坐标为 1，则该曲线在点 P 处的切线方程是（　A　）

A. 6x+y-4=0　B. 6x+y-2=0　C. 6x-y-2=0　D. 6x-y-4=0

1.函数y=1+sinx是(D)

(A) 奇函数

(B) 偶函数

(C) 单调增加函数

(D) 有界函数.

2.若 $f(u)$ 可导，且 $y=f(e^x)$，则有（ B ）；

（A） $dy=f'(e^x)dx$；（B） $dy=f'(e^x)e^x dx$；

（C） $dy=f(e^x)e^x dx$；（D） $dy=[f(e^x)]'e^x dx$.

解析 $y=f(e^x)$ 可以看作由 $y=f(u)$ 和 $u=e^x$ 复合而成的复合函数

由复合函数求导法 $y'=f'(u)(e^x)'=f'(u)\cdot e^x$，

所以 $dy=y'\cdot dx=f'(e^x)e^x dx$.

3. $\int_0^{+\infty} e^{-x}dx=$（ B ）；

(A)不收敛； (B)1； (C) -1； (D)0.

解析 $\int_0^{+\infty} e^{-x}dx=-e^{-x}\Big|_0^{+\infty}=0+1=1$.

4. $y''-2y'+y=(x+1)e^x$ 的特解形式可设为（ A ）；

(A) $x^2(ax+b)e^x$;　　　　(B) $x(ax+b)e^x$;

(C) $(ax+b)e^x$;　　　　(D) $(ax+b)x^2$.

解析　特征方程为$r^2-2r+1=0$，特征根为 $r_1=r_2=1$．$\lambda=1$是特征方程的特征重根，于是有$y_p=x^2(ax+b)e^x$．

5. $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（ C ），其中$D$：$1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4$；

(A) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_1^4 r^2\mathrm{d}r$;　　　　(B) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_1^4 r\mathrm{d}r$;

(C) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_1^2 r^2\mathrm{d}r$;　　　　(D) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_1^2 r\mathrm{d}r$.

解析　此题考察直角坐标系下的二重积分转化为极坐标形式．

当$\begin{cases}x=r\cos\theta\\ y=r\sin\theta\end{cases}$时，$\mathrm{d}x\mathrm{d}y=r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$，由于$1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4$，$D$表示为 $1\le r\le 2$，$0\le\theta\le 2\pi$，故$\iint\limits_D\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\iint\limits_D r\cdot r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_1^2 r^2\mathrm{d}r$．

6.函数$y=\dfrac{1}{\sqrt{3-x^2}}+\arcsin(\dfrac{x}{2}-1)$的定义域________________

解由所给函数知，要使函数有定义，必须分母不为零且偶次根式的被开方式非负；反正弦函数符号内的式子绝对值小于等于1.可建立不等式组，并求出联立不等式组的解.即

$$\begin{cases}\sqrt{3-x}\neq 0,\\ 3-x^2>0,\\ \left|\dfrac{x}{2}-1\right|<1,\end{cases}\qquad 推得\begin{cases}-\sqrt{3}<x<\sqrt{3},\\ 0\le x\le 4,\end{cases}$$

即 $0 \le x < \sqrt{3}$，因此，所给函数的定义域为 $[0, \sqrt{3})$.

7. 求极限 $\lim_{x\to 2}\dfrac{2-\sqrt{x+2}}{2-x}$ = ________

解：原式 $=\lim_{x\to 2}\dfrac{(2-\sqrt{x+2})(2+\sqrt{x+2})}{(2-x)(2+\sqrt{x+2})}$

$=\lim_{x\to 2}\dfrac{1}{2+\sqrt{x+2}}$

$=\dfrac{1}{4}$. （**恒等变换**之后“**能代就代**”）

8. 求极限 $\lim_{x\to 1}\dfrac{\int_1^x \sin\pi t\,\mathrm{d}t}{1+\cos\pi x}$ = ________

解：此极限是“$\dfrac{0}{0}$”型未定型，由洛必达法则，得

$$\lim_{x\to 1}\frac{\int_1^x \sin\pi t\,\mathrm{d}t}{1+\cos\pi x}=\lim_{x\to 1}\frac{(\int_1^x \sin\pi t\,\mathrm{d}t)'}{(1+\cos\pi x)'}=\lim_{x\to 1}\frac{\sin\pi x}{-\pi\sin\pi x}=\lim_{x\to 1}(\frac{1}{-\pi})=-\frac{1}{\pi}$$

9. 曲线 $\begin{cases} x=t, \\ y=t^3, \end{cases}$ 在点（1，1）处切线的斜率________

解：由题意知：

$$\begin{cases} 1=t, \\ 1=t^3, \end{cases} \Rightarrow t=1,$$

$$\therefore \left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{t=1}=\left.\frac{(t^3)'}{(t)'}\right|_{t=1}=\left.3t^2\right|_{t=1}=3,$$

$\therefore$ 曲线在点（1，1）处切线的斜率为 3

10. 方程 $y''-2y'+y=0$，的通解为________

解： 特征方程 $r^2-2r+1=0$，特征根 $r_1=r_2=1$,

通解为 $y=(C_1+C_2x)\mathrm{e}^x$.

1.函数f(x)在点x=x0的某一邻域有定义，已知f'(x0)=0且f"(x0)=0,则在点x=x0处，f(x) (

A.必有极值

B.必有拐点

C.可能有极值也可能没有极值

D.可能有拐点也可能没有拐点

2.下列f(x)和g(x)是相同函数的是(BD)

A．$f(x)=x$和$g(x)=\left(\sqrt{x}\right)^2$　　B．$f(x)=\sqrt{x^2}$和$g(x)=|x|$

C．$f(x)=\lg x^2$和$g(x)=2\lg x$　　D．$f(x)=\lg x^2$和$g(x)=2\lg|x|$

3．下列变量在给定变化过程中是无穷小量的是（ A,D ）.

A．$2^{-x}-1\quad(x\to 0)$　　B．$\frac{\sin}{x}x\quad(x\to 0)$

C．$\frac{x^2}{\sqrt{x^3-2x+1}}\quad(x\to+\infty)$　　D．$\frac{x^2}{x+1}\left(1-\sin\frac{1}{x}\right)\quad(x\to 0)$

4．当$|x|<1$时，$y=\sqrt{1-x^2}$是（ A,B,D ）.

A．连续函数　　B．有界函数

C．有最大值和最小值　　D．有最大值无最小值

5．若$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=A$, A为常数，则有（ A,B,C,D ）.

A．f(x)在点 x=a 处连续　　　　　　　　B．f(x)在点 x=a 处可导

C．$\lim\limits_{x\to a} f(x)$存在　　　　　　　　D．f(x)-f(a)=A(x-a)+o(x-a)

6．设对于任意 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，$f'(-x_0)=-k\neq 0$，则$f'(x_0)=$（ B ）。

A．k　　B．-k　　C．$\frac{1}{k}$　　D．$-\frac{1}{k}$

7．下列求极限问题不能使用罗彼塔法则的是（ A,C ）。

A．$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}$　　B．$\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(\frac{\pi}{2}-arctgx\right)$

C．$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-\sin x}{x+xinx}$　　D．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x$

8．下列函数中偶函数有（ B,C ）.

A．xa^{-x^2}　　B．$\frac{\sin x}{x}$　　C．$x^2+\cos x$　　D．$\frac{10^x-10^{-x}}{2}$

9．在区间（a,b）内，如果 f'(x)=$\varphi'(x)$，则一定有（ B,D ）.

A．$f(x)=\varphi(x)$　　　　　　B．$f(x)=\varphi(x)+C$

C．$\int f(x)dx'=\int \varphi(x)dx'$　　　　D．$\int df(x)=\int d\varphi(x)$

10．函数$z=\frac{1}{In(x+y)}$的定义域是（ D ）.

A．x+y≠0　　　　B．x+y>0

C．x+y≠1　　　　D．x+y>0 且 x+y≠1

选择题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 已知函数 $f(x)=ax^2+b$ 的图像经过点(1, 2)，且其反函数 $f^{-1}(x)$ 的图像经过点(3, 0)，则函数 f(x)的解析式是

A. $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$

B. $f(x)=-x^2+3$

C. $f(x)=3x^2+2$

D. $f(x)=x^2+3$

【答案】B

2.

已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x\geqslant 1\}$，$B=\{x|-1<x\leqslant 2\}$，则 $\complement_U A\cup B=$ 【 】

A. $\{x|x\leqslant 2\}$ B. $\{x|x<2\}$ C. $\{x|-1<x\leqslant 2\}$ D. $\{x|-1<x<1\}$

【答案】A

3.

$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，sinα，α，tanα 的大小顺序是

A. $\tan\alpha>\sin\alpha>\alpha$ B. $\tan\alpha>\alpha>\sin\alpha$ C. $\alpha>\tan\alpha>\sin\alpha$ D. $\sin\alpha>\tan\alpha>\alpha$

【答案】B

4. 已知偶函数 y=f(x)在区间[a, b](0<a<b)上是增函数，那么它在区间[-b, -a]上是

A. 增函数

B. 减函数

C. 不是单调函数

D. 常数

【答案】B

5. 下列成立的式子是

A. $0.8^{-0.1}<\log_3 0.8$ B. $0.8^{-0.1}>0.8^{-0.2}$

C. $\log_3 0.8<\log_4 0.8$ D. $3^{0.1}<3^0$

【答案】C

6. 下列函数【】是非奇非偶函数.

A. $f(x)=x$ B. $f(x)=x^2-2|x|-1$

C. $f(x)=2^{|x|}$ D. $f(x)=2^x$

【答案】D

7. 下列函数的周期是π的是

A. $f(x)=\cos^2 2x-\sin^2 2x$ B. $f(x)=2\sin 4x$

C. $f(x)=\sin x\cos x$ D. $f(x)=4\sin x$

【答案】C

8. 5 名高中毕业生报考 3 所院校，每人只能报一所院校，则有【】种不同的报名方法.

A. P_5^3 B. 5^3 C. 3^5 D. C_5^3

【答案】C

9. 设甲：a>b；乙：|a|>|b|，则

A. 甲是乙的充分条件

B. 甲是乙的必要条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲不是乙的充要条件

【答案】D

10．把点 A(-2，3)平移向量 a=(1，-2)，则对应点 A' 的坐标为

A．(-1，1)

B．(1，-1)

C．(-1，-1)

D．(1，1)

【答案】A

11．长方体有一个公共顶点的三个面的面积分别为 4，8，18，则此长方体的体积为

A.12

B．24

C．36

D．48

【答案】B

12．

已知复数 $z=a+bi$，其中 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $b\neq0$，则

A. $|z^2|\neq|z|^2=z^2$

B. $|z^2|=|z|^2=z^2$

C. $|z^2|=|z|^2\neq z^2$

D. $|z^2|=z^2\neq|z|^2$

【答案】C

13．

在△ABC 中，已知△ABC 的面积$=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，则$\angle C=$

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{6}$

D. $\frac{2\pi}{3}$

【答案】B

14．

关于参数 t 的方程 $\begin{cases}x=2pt^2\\y=2pt\end{cases}$ 的图形是

A. 圆

B．双曲线

C．抛物线

D．椭圆

【答案】C

15．与直线 3x-4y+12=0 关于 y 轴对称的直线方程为

A. $\frac{x}{-4}+\frac{y}{3}=1$

B. $\frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1$

C. $\frac{x}{-4}+\frac{y}{-3}=1$

D. $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$

【答案】D

一. 选择题：本大题共5个小题，每小题4分，共20分。在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内

*1. 当$x \to 0$时，$f(x)=e^{-x^2+2x^3}-1$与$g(x)=x^2$比较是（　　）

A. $f(x)$是较$g(x)$高阶的无穷小量

B. $f(x)$是较$g(x)$低阶的无穷小量

C. $f(x)$与$g(x)$是同阶无穷小量，但不是等价无穷小量

D. $f(x)$与$g(x)$是等价无穷小量

解析：

$$\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{e^{-x^2+2x^3-1}}{x^2}，\quad \lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{-x^2+2x^3}{x^2}=\lim_{x\to 0}(-1+2x)=-1$$

故选C。

*2. 设函数$f(x)=x(x-1)(x-2)\cdots\cdots(x-2003)$，则$f'(0)$等于（　　）

A. -2003　　B. 2003　　C. $-2003!$　　D. $2003!$

解析

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}(x-1)(x-2)\cdots\cdots(x-2003):$$

$$=(-1)\times(-2)\times\cdots\cdots\times(-2003)=-2003!$$

选C

一、选择题：1～10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有-项是符合题目要求的是

1. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin(x-1)}{x-1}, & x<1,\\ x^2-1, & x\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 为（　　）.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 不存在

2. 设 f(x)在点 x0 处连续，则下列命题中正确的是（　　）.

A. f(x)在点 x0 必定可导

B. f(x)在点 x0 必定不可导

C. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 必定存在

D. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 可能不存在

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin 2x}{x}$ 等于（　　）.

A. 2

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. 0

选择题(本大题共5个小题，每小题4分，共20分。在每个小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内)

1．下列函数中，当$x \to 1$时，与无穷小量$(1-x)$相比是高阶无穷小的是（B）

A．$\ln(3-x)$　　B．x^3-2x^2+x

C．$\cos(x-1)$　　D．x^2-1

2．曲线$y=3\sqrt{x}-3+\frac{1}{x}$在$(1,+\infty)$内是（B ）

A．处处单调减小　　B．处处单调增加

C．具有最大值　　D．具有最小值

3．设$f(x)$是可导函数，且$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x_0+2h)-f(x_0)}{h}=1$，则$f'(x_0)$为（D）

A．1　　B．0

C．2　　D．$\frac{1}{2}$

4．若$f(\frac{1}{x})=\frac{x}{x+1}$，则$\int_0^1 f(x)dx$为（D ）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$1-\ln 2$

C．1　　D．$\ln 2$

5．设$u=xy^z$，$\frac{\partial u}{\partial x}$等于（ D ）

A．zxy^z　　B．xy^{z-1}

C．y^{z-1}　　D．y^z

一、选择题：1~10小题，每小题4分，共40分。

1、$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+1}{3x-4}=$

A、$-\dfrac{1}{4}$　　B、0　　C、$\dfrac{2}{3}$　　D、1

2、已知 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，且 $f'(1)=3$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=$

A、0　　B、1　　C、3　　D、6

3、设函数 $y=\ln x$，则 $y'=$

A、$\dfrac{1}{x}$　　B、$-\dfrac{1}{x}$　　C、lnx　　D、e^x

4、已知 $f(x)$ 在区间（－∞，＋∞）内为单调减函数，且 $f(x)>f(1)$，则 x 的取值范围是

A、（－∞，－1）　　B、（－∞，1）　　C、（1，＋∞）　　D、（－∞，＋∞）

5、设函数 $y=e^x+2$，则 $dy=$

A、$(e^x+2)dx$　　B、$(e^x+2x)dx$　　C、$(e^x+1)dx$　　D、$e^x dx$

一、选择题：1～10小题，每小题4分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内.

1.当x→0时，x2是x-1n(1+x)的(　　).

A.较高阶的无穷小量

B.等价无穷小量

C.同阶但不等价的无穷小量

D.较低阶的无穷小量

2.设函数ƒ(sinx)=sin2 x，则ƒ′(x)等于(　　).

A.2cos x

B.-2sin xcosx

C.%

D.2x

3.以下结论正确的是(　　).

A.函数ƒ(x)的导数不存在的点，一定不是ƒ(x)的极值点

B.若x0为函数ƒ(x)的驻点，则x0必为ƒ(x)的极值点

C.若函数ƒ(x)在点x0处有极值，且ƒ′(x0)存在，则必有ƒ′(x0)=0

D.若函数ƒ(x)在点x0处连续，则ƒ′(x0)一定存在

1、=函数 Z=ln(x+2y)的定义域。

解：x+2y＞0

2、f(xy)=x³+(y-2)arctan $\sqrt{xy^3}$，则 $fx'(x,2)$。

解：把 y 看作常数

f(x, 2)=x³ $\Rightarrow f'(x,2)=3x^2$

3、$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\leq 1$，则$\iint\limits_D 2d\delta$。

解：$2\iint\limits_D d\delta = 2S_D = 2\pi ab$

4、设实数 r、 满足 $|r|<1$，则等比级数 $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$。

解：$\sum_{n=1}^{\infty} r^n = \frac{r}{1-r}, \sum_{n=1}^{\infty} r^{n-1} = \frac{1}{1-r}$

5、证$y_1 = e^x, y_2 = e^x + x$是线性微分方程$y' + p(x)y = Q(x)$的两个特解，

则其通解为：

解：$y' + p(x)y_2 = Q(x)$；
$(y_2 - y_1)$为齐次方程的解；
通解为：　$Cx + e^x$

6、正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}U_n$收敛，则交错级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nU_n$。

解：讨论绝对值情况

$$\left|(-1)^nU_n\right|=\left|U_n\right|=U_n\geq 0$$

∴为绝对收敛

7、$x^2+y^2\leq R^2, x\geq 0$,则$\iint\sqrt{R^2-x^2-y^2}d\delta$。

解：$z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}\Rightarrow z^2=R^2-x^2-y^2\Rightarrow x^2+y^2+z^2=R^2$

$$\because x\geq 0\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\pi R^3$$

8、$f(x,y)$在点（x_0,y_0)全微分存在是函数在点 （x_0,y_0)处连续的充分条件。

可微是连续的必要条件，连续是可微的充分条件。

9、幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{2^n}$的收敛半径为

解1：$\dfrac{\frac{1}{2^n}}{\frac{1}{2^{n+1}}}=2$　　　解2：$\sqrt[1/n]{\frac{1}{2^n}}=1/\tfrac{1}{2}=2$

10、梯度grad

（1）、$f(x,y)=fxi+fyj=\{fx\cdot fy\}$（求x,y的偏导数）。

（2）、$f=x^2+y^2,(-1,2)$梯度

解：$f_x = 2x$，$f_y = 2y$

$\{2x \cdot 2y\}$ 梯度为　$\{-2,4\}$

（3）、$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)3^n}$

解：$$\frac{1}{(n+1)3^n} \Big/ \frac{1}{(n+2)3^{n+1}} = \frac{n+2}{n+1} \bullet 3 \to \frac{1+\frac{2}{n}}{1+\frac{1}{n}} \bullet 3 \to 3$$

解得：R=3

（4）、$xy' + y = \cos x$，下列哪个正确（C）

A. $\cos x$　B. $\sin x$　C. $\frac{1}{x}\sin x$　D. $\frac{1}{x}\cos x$

11、设 $z = (x-y)^y$，求 z'_x, z'_y。

解：$$z'_x = y(x-y)^{y-1} \bullet (x-y)'_x = y(x-y)^{y-1}$$

$$\ln z = \ln(x-y)^y = y\ln(x-y)$$

$$\frac{1}{z} \cdot z'_y = \ln(x-y) + y \cdot \frac{1}{x-y} \cdot (x-y)'_y = \ln(x-y) - \frac{y}{x-y}$$

两边同乘以 z 得：

$$z'_y = z[\ln(x-y) - \frac{y}{x-y}] = (x-y)^y[\ln(x-y) - \frac{y}{x-y}]$$

$$=(x-y)^{y-1}[(x-y)\ln(x-y) - y]$$

12、$z = x^3 + y^3$,求全微分 dz

解：$dz = z'_x dx + z'_y dy = 3x^2 dx + 3y^2 dy$

13、计算 $\iint\limits_D x d\delta$，其中 $D:0 \le x \le 1, -2 \le y \le 3$。

解 1：$\iint\limits_D x d\delta = \int_0^1 x dx \int_{-2}^3 dy = \int_0^1 x dx[3-(-2)]$

$$= 5\int_0^1 x dx = 5 \times \frac{1}{2}x^2\Big|_0^1 = \frac{5}{2}$$

14、计算 $\iint\limits_D e^{x^2+y^2} d\delta$,其中$D$：$x^2 + y^2 \le 1$

解：用极坐标 $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$

$D:0 \le r \le 1 \quad 0 \le \theta \le 2\pi$

$x^2 + y^2 = r^2 \quad d\delta = rdrd\theta$

$$\iint\limits_D e^{x^2+y^2} d\delta = \iint\limits_D e^{r^2} \cdot rdrd\theta = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 e^{r^2} \cdot rdr$$

$$=\int_0^{2\pi}\int_0^1 \frac{1}{2}e^{r^2}d(r^2)=2\pi\cdot\frac{1}{2}e^{r^2}\Big|_0^1=\pi(e-1)$$

15、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{x}$ 的收敛域。

解：$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)=1$

得收敛区间（-1,1），即当 $|x|\le 1$ 时，幂级数绝对收敛

在端点 $x=1$ 处，幂级数成为调和级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$，发散；

在端点 $x=-1$ 处，幂级数成为交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{1}{n}$，收敛；

∴幂级数的收敛域为[-1,1)

16、判定级数 $\sum_{n=2}^{\infty}(1+\frac{1}{n})^{4n}$ 的敛散域。

解：$\lim_{n\to\infty}U_n=\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^{4n}=\lim_{n\to\infty}[(1+\frac{1}{n})^n]^4=e^4\ne 0$

不满足级数收敛的必要条件，故该级数发散。

17、求微分方程 $\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$ 的通解。

解：$\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}\Leftrightarrow ydy=-xdx$

两端分别积分得 $\int ydy = -\int xdx$

$$\frac{1}{2}y^2 = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}C$$

$$y^2 = -x^2 + C \Rightarrow x^2 + y^2 = C(C \geq x)$$

$$\therefore x^2 + y^2 = C \text{为微分方程的通解}$$

18、求微分方程 $y'' - 4y' + 4y = 0$ 的通解。

解：特征方程为 $r^2 - 4r + 4 = 0$

即 $(r-2)^2 = 0$

得二重根 $r_1 = r_2 = 2$

故微分方程的通解为 $y = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$（C_1、C_2 为任意常数）

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的，把所选项前的字母填写在题后的括号中）

1．函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin(x^2-1)}{x-1} & x<1\\ 0 & x=1\\ x^2+1 & x>1\end{cases}$，则：$\lim\limits_{x\to1}f(x)$

A：0　　B：1　　C：2　　D：不存在

解答：本题考察的知识点是左右极限与极限的关系

$\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\sin(x^2-1)}{x-1}=2$，$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}(x^2+1)=2$，所以：$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$

所以：$\lim\limits_{x\to1}f(x)=2$，所以：选择 C

2．函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内二阶可导，且 $f'(x)>0$，$f''(x)<0$，则：曲线 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内

A：单调增加且上凹　　B：单调减少且下凹

C：单调减少且上凹　　D：单调减少且下凹

解答：本题考察的知识点是利用一阶导数符号判定函数的单调性和利用二阶导数符号判定曲线的凹凸性

选择 B

3．当 $x\to0$ 时，x^2 是 $x-\ln(1+x)$ 的

A：较高阶无穷小　　B：等价无穷小

C：同阶但不等价无穷小　　D：较低阶无穷小

解答：本题考察的知识点是无穷小阶的比较

因为：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2}{x-\ln(1+x)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x}{1-\dfrac{1}{1+x}}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x(1+x)}{x}=2$

所以：x^2是$x-\ln(1+x)$的同阶但不等价无穷小，所以：选择C

4．函数$y=x^2-x+1$在区间$[-1,3]$上满足拉格朗日中值定理的ξ值等于

A：$-\frac{3}{4}$　　B：0　　C：$\frac{3}{4}$　　D：1

解答：本题考察的知识点是拉格朗日中值定理的条件与结论

因为：函数$y=x^2-x+1$在区间$[-1,3]$上满足拉格朗日中值定理

所以：$f(3)-f(-1)=(2\xi-1)[3-(-1)]$，解得：$\xi=1$，所以：选择D

5．设$x=1$为$y=x^3-ax$的极小值点，则：a等于

A：3　　B：$\sqrt{3}$　　C：1　　D：$\frac{1}{3}$

解答：本题考察的知识点是判定极值的必要条件

因为：$y=x^3-ax$，所以：$y'=3x^2-a$，令$y'=0$，得到：$3x^2-a=0$

所以：$a=3$，所以：选择A

6．设函数$f(x)=\arcsin x$，则：$f'(x)$等于

A：$-\sin x$　　B：$\cos x$　　C：$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　　D：$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

解答：本题考察的知识点是基本导数公式，选择C

7．设$f(x)$的一个原函数为x^2，则：$f'(x)$等于

A：$\frac{1}{3}x^3$　　B：x^2　　C：$2x$　　D：2

解答：本题考察的知识点是原函数的概念

$f(x)=(x^2)'=2x$，所以：$f'(x)=2$，选择D

8．设$f'(x)$为连续函数，则：$\int_0^1 f'\left(\frac{x}{2}\right)dx$等于

A: $f(1)-f(0)$

B: $2[f(1)-f(0)]$

C: $2[f(2)-f(0)]$

D: $2[f(\frac{1}{2})-f(0)]$

解答：本题考察的知识点是牛顿一莱布尼兹公式与定积分的换元法

$\int_0^1 f'\left(\frac{x}{2}\right)dx = 2\int_0^1 f'\left(\frac{x}{2}\right)d\frac{x}{2} = 2f(\frac{x}{2})|_0^1 = 2[f(\frac{1}{2})-f(0)]$，所以：选择 D

9．设有直线 l_1：$\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{\lambda}$，直线 l_2：$\frac{x}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+5}{-1}$，当两直线平行时，$\lambda$ 等于

A: 1 B: 0 C: $-\frac{1}{2}$ D: -1

解答：本题考察的知识点是直线间的关系

直线 l_1：$\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{\lambda}$，直线 l_2：$\frac{x}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+5}{-1}$ 的方向向量分别是 $\vec{s}=(1,2,\lambda)$、$\vec{n}=(2,4,-1)$，因为两直线平行，所以：$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{\lambda}{-1}$，所以：$\lambda=-\frac{1}{2}$

10．下列命题中正确的是

A: 设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 发散，则：$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$ 可能收敛

B: 设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 发散，则：$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$ 必定发散

C: 设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，且 $u_n \ge v_n \quad (n=k,k+1,\cdots)$，则：级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 必定收敛

D: 设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$ 收敛，且有 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n+\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$

解答：本题考察的知识点是级数的性质

选择 B

二、填空题（每小题 4 分，共 40 分）

11. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^{\frac{1}{x}}=$ ____________

解答：本题考察的知识点是极限的运算

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+\frac{x}{2}}{1-\frac{x}{2}}\right)^{\frac{1}{x}}=e$$

12. 设 $y=\frac{\ln(1+x)}{1+x}$，则：$y'|_{x=0}=$ ____________

解答：本题考察的知识点是导数计算

$y'=\frac{1-\ln(x+1)}{(1+x)^2}$，所以：$y'|_{x=0}=\frac{1-\ln 1}{(1+0)^2}=1$

13. $\int\frac{x^2}{1+x^2}dx=$ ____________

解答：本题考察的知识点是不定积分的运算

$$\int\frac{x^2}{1+x^2}dx=\int(1-\frac{1}{1+x^2})dx=x-\arctan x+C$$

14. $\int_0^1(x^2+2^x)dx=$ ____________

解答：本题考察的知识点是定积分运算

$$\int_0^1(x^2+2^x)dx=[\frac{1}{3}x^3+\frac{2^x}{\ln 2}]_0^1=\frac{1}{3}+\frac{1}{\ln 2}$$

15. 设 $y=f(x)$ 由方程 $x^2+xy^2+2y=1$ 确定，则：$dy=$ ____________

解答：本题考察的知识点是隐函数的微分

$2x+y^2+2xyy'+2y'=0$，所以：$y'=-\frac{2x+y^2}{2xy+2}$，所以：$dy=-\frac{2x+y^2}{2xy+2}dx$

16. 微分方程 $y''=y$ 的通解是____________

解答：本题考察的知识点是二阶常系数线性微分方程的求解

特征方程是$r^2-1=0$，得到：特征根是$r_1=1$、$r_2=-1$

所以：方程通解是$y=C_1e^x+C_2e^{-x}$

17．二元函数$z=x^2+y^2+1$的极小值是________

解答：本题考察的知识点是二元函数的极值

$z=x^2+y^2+1\geq 1$，当$x=y=0$时，取得最小值是1

18．二元函数$z=xy^2+\arcsin y^2$，则：$\frac{\partial z}{\partial x}=$________

解答：本题考察的知识点是偏导数计算

$\frac{\partial z}{\partial x}=y^2$

19．设区域D：$y=x^2$、$x=y^2$围成的在第一象限内的区域，则：$\iint\limits_D dxdy=$________

解答：本题考察的知识点是二重积分的计算

$$\iint\limits_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{\sqrt{x}}dy=\int_0^1(\sqrt{x}-x^2)dx=(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{3}x^3)|_0^1=\frac{1}{3}$$

20．幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{3^n}$的收敛半径是________

解答：本题考察的知识点是幂级数的收敛半径

$\lim_{n\to\infty}|\frac{u_{n+1}}{u_n}|=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{3}x^2=\frac{1}{3}x^2$，且$\frac{1}{3}x^2<1$，解得：$-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$所给级数绝对收敛

所以：收敛半径是 $\sqrt{3}$

三、解答题

21.（本题满分 8 分）

求：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x\ln(1-x)}$

解答：

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x\ln(1-x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\ln(1-x)-\dfrac{x}{1-x}}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{-\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1-x-x}{(1-x)^2}}=-\frac{1}{2}$$

22.（本题满分 8 分）

设 $y=x\arctan x$，求：y'

解答：

$$y'=\arctan x+\frac{x}{1+x^2}$$

23.（本题满分 8 分）

计算：$\displaystyle\int_0^3\frac{1}{1+\sqrt{1+x}}dx$

解答：

令 $1+x=u^2$，则：$x=u^2-1$，$dx=2udu$；当 $x=0$ 时，$u=1$；当 $x=3$ 时，$u=2$

所以：$\displaystyle\int_0^3\frac{1}{1+\sqrt{1+x}}dx=\int_1^2\frac{2u}{1+u}du=2[u=\ln(u+1)]|_1^2=2(1-\ln\frac{3}{2})$

24.（本题满分 8 分）

计算：$\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{x}{1+x^4}dx$

解答：

$$\int_0^{+\infty}\frac{x}{1+x^4}dx=\lim_{b\to+\infty}\int_0^b\frac{x}{1+x^4}dx=\frac{1}{2}\lim_{b\to+\infty}\arctan x^2|_0^b=\frac{1}{2}\lim_{b\to+\infty}\arctan b^2=\frac{\pi}{4}$$

25.（本题满分 8 分）

求：$y''+4y'+4y=e^{-x}$ 的通解

解答：

对应的齐次方程为 $y''+4y'+4y=0$，其特征根方程是 $r^2+4r+4=0$

解得特征根为 $r_1=r_2=-2$，则：通解为 $y_1=(C_1+C_2x)e^{-2x}$

设所给方程的特解是 $y_2=Ae^{-x}$，代入所给方程可得 $A=1$

所以：原方程的通解是 $y=y_1+y_2=(C_1+C_2x)e^{-2x}+e^{-x}$

26.（本题满分 10分）

设 $f(x)=\int_0^{2x} f(\frac{t}{2})dt+x^2$，求：$f(x)$

解答：

将所给表达式两端同时对 x 求导，得到：$f'(x)=2f(x)+2x$，即：$f'(x)-2f(x)=2x$

所以：通解为 $f(x)=e^{-\int p(x)dx}[\int q(x)e^{\int p(x)dx}dx+C]$

$=e^{\int 2dx}[\int 2xe^{-\int 2dx}dx+C]=e^{2x}[\int 2xe^{-2x}dx+C]=e^{2x}(-xe^{-2x}-\frac{1}{2}e^{-2x}+C]=Ce^{2x}-x-\frac{1}{2}$

27.（本题满分 10分）

计算：$\iint\limits_D \frac{\sin y}{y}dxdy$，其中 D 是由 $y=x$、$x=0$、$y=1$ 围成的平面区域

解答：

$\iint\limits_D \frac{\sin y}{y}dxdy=\int_0^1 dy\int_0^y \frac{\sin y}{y}dx=\int_0^1 \sin ydy=-\cos y|_0^1=1-\cos 1$

28.（本题满分 10分）

求由曲线 $y=x$、$y=\ln x$ 及 $y=0$、$y=1$ 围成的平面图形的面积 S 及此平面图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体体积

解答：

$S=\int_0^1 (e^y-y)dy=(e^y-\frac{1}{2}y^2)|_0^1=e-\frac{3}{2}$

$$V=\pi\int_0^1[e^{2y}-y^2]dy=\pi[\frac{1}{2}e^{2y}-\frac{1}{3}y^3]|_0^1=\frac{\pi}{2}e^2-\frac{5}{6}\pi$$